MÉMOIRE

SUR L'EFFET DE LA PROPAGATION SUCCESSIVE DE LA LUMIERE DANS L'APPARITION TANT DES PLANETES QUE DES COMETES.

PAR Mr. EULER.

Traduit du Latin.

LA LUMIERE auſſi bien que le ſon, ne venant point tout à coup de l'objet lumineux juſqu'à nous, mais ſa propagation du rayon de lumiere ſorti du corps lumineux ſe faiſant par intervalles donnés, & demandant qu'il s'ecoule, pendant qu'elle dure, un certain eſpace de tems, il s'enſuit de là que le Corps lumineux ne doit pas nous paroître toujours dans la meme direction où il paroitroit, ſi les rayons de lumiere parvenoient à nous tout à coup, & ſans aucun retardement. Par cette raiſon la plupart du tems les Corps celeſtes ne ſeront point effectivement dans les endroits du Ciel où nous les contemplons, & la place de chaque Aſtre, aprés avoir été obſervée, a beſoin d'une correction qui en détermine le véritable lieu. En effet de la même maniere que nous ne rapportons point à cauſe de la refraction les Aſtres aux points du Ciel dans leſquels ils paroiſſent; pareillement la propagation ſucceſſive de la lumiere demande une correction qui détermine le vrai lieu de chaque Aſtre dans le

Ciel. Mr. *Bradley* ayant découvert le premier cette correction pour les Etoiles fixes, Mr. *Clairaut* a continué de ſuivre ſes vuës avec ſa pénetration ordinaire; & j'ai auſſi propoſé, il y a pluſieurs années, à l'Academie de Petersbourg une Diſſertation ſur ce ſujet, dans laquelle j'ai déterminé non ſeulement l'aberration des lieux obſervés des Etoiles fixes, mais j'ai fait voir encore, comment la même correction peut etre appliquée aux Planetes. J'ai ſuppoſé dans cette Diſſertation que les Planetes ſe mouvoient autour du Soleil dans des cercles, & d'un mouvement uniforme, tant afin de rendre le calcul moins pénible, que principalement parce que je ſoupçonnois que l'excentricité des orbites des Planetes ne cauſeroit pas une différence ſenſible. Cependant contre mon attente la correction pour Mercure s'eſt trouvée ſi conſiderable, qu'on ne ſauroit douter, que l'excentricité de l'orbite de cette Planete, qui eſt trés grande, n'y apportât beaucoup de changement. Ainſi à l'egard des Cometes qui s'approchent beaucoup plus du Soleil que Mercure, cette correction peut devenir ſi grande, qu'à moins que d'y avoir egard, on ne ſauroit déterminer par les Obſervations l'orbite véritable de la Comete. C'eſt ce qui m'engage à traitter de nouveau le même ſujet dans cette Diſſertation, & à rechercher tant pour les Planetes, que pour les Cometes ſurtout, une correction dans laquelle l'excentricité ſoit compriſe. Car plus les Aſtronomes perfectionnent l'Art d'obſerver, & ſont paroitre de ſagacité à demêler les moindres inegalites, & plus il eſt néceſſaire de bien faire connoître toutes les corrections, dont les Obſervations ont beſoin.

II. Pour expoſer donc avec plus de clarté cette aberration de l'apparition des Aſtres cauſée par la propagation ſucceſſive de la Lumiere, il faut conſiderer deux lieux de chaque Aſtre, dont j'appelle-

rai

rai l'un le lieu apparent, l'autre le lieu veritable. Le lieu apparent eſt le point du Ciel où l'on obſerve l'Aſtre actuellement placé, aprés avoir ſoustrait l'effet de la réfraction ; le lieu veritable eſt le point du Ciel, où le même Aſtre paroitroit, ſi les rayons en parvenoient jusqu'à nous dans un inſtant, & ſans aucun retardement. En effet on voit aiſément, que ſi les rayons de lumiere ſe propageoient tout à coup jusqu'aux plus grandes diſtances, l'apparition des Aſtres ne ſeroit derangée ni par leur mouvement, ni par celui de la Terre; & que tout Aſtre en tout tems nous ſeroit viſible dans le même point du Ciel, où nous l'aurions vu ſi dans ce tems là, & l'Aſtre, & la Terre, avoient été en repos. Il eſt encore évident, que ſi l'Aſtre & la Terre etoient dans un repos effectif, avec quelque lenteur que les rayons de l'Aſtre arrivaſſent à nous, l'Aſtre ſeroit toujours viſible au même endroit qui lui conviendroit, au cas que les rayons nous en fuſſent envoyés avec la plus grande rapidité poſſible. Ainſi dans le cas où l'on conçoit l'Aſtre & la Terre en repos, il n'y aura abſolument aucune difference entre le lieu apparent de l'Aſtre & le veritable. Mais ſi la Terre, ou l'Aſtre, ou l'un & l'autre ſe meuvent, il eſt facile de comprendre que le lieu apparent differe du véritable d'une maniere proportionnée à la raiſon qu'il y a entre la viteſſe de l'un ou de l'un & l'autre, & la viteſſe de la lumiere, & ſuivant que les directions des mouvemens, tant de ces Corps mêmes que des rayons de lumiere, ſeront plus obliques entr'elles.

III. Les Obſervations faites ſur les Eclipſes des Satellites de Jupiter ont mis les Aſtronomes en etat de conclurre que la viteſſe des rayons de lumiere eſt ſi grande, qu'il ne leur faut qu'environ 8 minutes pour parcourir l'eſpace qui ſépare le Soleil de la Terre. Ainſi, en concevant que la Terre décrit autour du Soleil un Cercle, dont

le

le rayon ſoit $= c$, & qui ſoit égal à la diſtance moyenne de la Terre au Soleil, les rayons de lumiere ſe propagent en 8 minutes par l'eſpace c, & comme leur viteſſe eſt cenſée perpetuellement uniforme, elles mettront environ 50 minutes à parcourir un eſpace egal à la circonference de ce Cercle, ou $\frac{7}{1}\frac{1}{1}\frac{0}{3}\,c$. Puis donc que la Terre décrit la circonference de ce Cercle dans une année de $365\,;\,6\,\&\,8'$ ou dans un tems de $525968'$ la viteſſe des rayons de lumiere ſera à la viteſſe moyenne de la Terre, comme 10464 à 1. Ainſi en poſant la viteſſe moyenne de la Terre $= \alpha$, la viteſſe des rayons de lumiere ſera $= 10464\,\alpha$. Or les Etoiles fixes etant en repos, & les viteſſes des Planetes & des Cometes pouvant etre comparées avec la viteſſe moyenne de la Terre ; cette proportion de la viteſſe de la lumiere à la viteſſe moyenne de la Terre ſuffira, pour déterminer toutes les corrections néceſſaires en Aſtronomie, entant qu'elles naiſſent de cette propagation ſucceſſive de la Lumiere.

Fig. I. IV. Que la Terre ou le Spectateur A ſoit donc mû ſuivant la direction Aa avec une viteſſe donnée, qui ſoit $= u$. Que l'Aſtre ſoit en repos en S, d'où les rayons ſoient envoyés de tous cotés avec la viteſſe ſus-exprimée, que nous poſerons pour abreger $= k$, enſorte que $k = 10464\,\alpha$, & etant la viteſſe moyenne de la Terre dans ſon orbite. Les rayons partis de S frapperont donc l'oeil du ſpectateur en A avec cette viteſſe k ſuivant la direction SQ, mais comme l'oeil lui-même n'eſt pas en repos, mais qu'il avance avec une viteſſe $= u$ ſuivant la direction Aa, l'effet des rayons en ſera alteré, & ils ne repréſenteront point l'Aſtre, comme etant placé dans la direction AS, mais dans quelque autre direction As, dont il faudra juger par la compoſition du mouvement, comme on le fait à l'egard de la direction du coup dans la colliſion des corps. En effet,

effet, lorsque le rayon frappe l'oeil ſuivant la direction $A\Sigma$, & que l'oeil avance en même tems ſuivant la direction Aa, le mouvement de l'oeil etant tranſporté au rayon dans la direction contraire $A\alpha$, le rayon affectera l'oeil, comme s'il venoit frapper cet organe en repos ſuivant les directions $A\Sigma$, & $A\alpha$. Qu'on prenne donc ſuivant les regles connües les droites $A\Sigma$ & $A\alpha$ en raiſon des vîteſſes de la lumiere & de l'oeil, ou comme k à u, en achevant le parallelogramme $Au\sigma\Sigma$, la diagonale $A\sigma$ repréſentera tant la direction que la vîteſſe, avec laquelle les rayons partis de l'Aſtre S agiſſent ſur la vüe du ſpectateur en A. Ou bien, ce qui revient au même, qu'on prenne ſuivant la direction du mouvement du ſpectateur Aa la droite Aa qui ſoit à la diſtance AS, comme la vîteſſe du ſpectateur u à la vîteſſe de la lumiere k, en conſtruiſant le parallelogramme $ASsa$, la diagonale As donnera le lieu vû ou apparent de l'Aſtre. Or la direction AS repreſentera le lieu vrai de l'Aſtre, l'angle SAs ſera donc la difference entre le lieu apparent & le vrai.

§. V. Si le lieu vrai de l'Aſtre eſt donné, ou la direction AS, on en pourra déduire aiſément le lieu apparent ou la direction As. Car qu'on ſuppoſe l'angle $SAa = p$, & qu'on exprime les lignes AS, Aa par les valeurs proportionelles k & u, à cauſe du cof. $ASs = -\text{cof } p$. on aura $As = V(kk + uu + 2ku \text{ cof } p)$ & puiſque $As : Ss = \text{ſin } ASs : \text{ſin } SAs$, il en. réſultera ſin $SAs = \frac{u \text{ ſin } p}{V(kk + uu + 2ku \text{ cof } p)}$: & cof $SAs = \frac{k + u \text{ cof } p}{V(k^2 + u^2 + 2ku \text{ cof } p)}$ & par conſequent tang $SAs = \frac{u \text{ ſin } p}{k + u \text{ cof } p}$. Mais la vîteſſe k etant, comme nous l'avons vu, fort grande par rapport à la vîteſſe u, la tangente de cet angle SAs deviendra ſi petite qu'on pourra la

prendre avec aſſurance pour la meſure de l'angle même ; & par cette raiſon encore la fraction $\frac{u \sin p}{k}$ fournira l'indication la plus prochaine de la valeur de l'angle SA*s*. Ainſi en connoiſſant le lieu vrai AS de l'Aſtre S on trouvera ſon lieu apparent A*s*, par la ſouſtraction faite à l'angle donné SA*a* de l'angle SA*s*, dont la tangente trouvée eſt $= \frac{u \sin p}{k + u \cos p}$. Au contraire ſi le lieu apparent A*s* de l'Aſtre eſt donné, on déterminera ſon lieu vrai de cette maniere. Qu'on poſe l'angle connu $sAa = q$, qui etant égal à l'angle A*s*S donnera AS : $\sin q = Ss : \sin SAs$, d'où réſulte $\sin SAs = \frac{u \sin q}{k}$. Donc l'angle obſervé $sAa = q$ doit etre augmenté de l'angle SA*s*, dont le ſinus eſt $= \frac{u \sin q}{k}$, pour avoir le vrai lieu AS, ou l'Aſtre paroîtroit, ſi la vîteſſe de la lumiere etoit infinie.

VI. La Terre ayant un double mouvement, le diurne & l'annuel, il faudroit par conſéquent employer une double correction pour chercher le vrai lieu de chaque Aſtre. Mais puiſque la vîteſſe du mouvement diurne, même ſous l'equateur, eſt presque 60 fois plus petite que la vîteſſe du mouvement annuel, on s'apercevra aiſement que l'aberration, qui réſulte du mouvement diurne, ſera ſi petite qu'il ſera permis de la negliger par raport à l'autre, qui vient du mouvement annuel, & ne monte que trés rarement à une minute : de ſorte que la premiere ne ſauroit presque jamais monter à une ſeconde. Or comme dans les obſervations on néglige les tierces, cette correction peut etre omiſe à bon droit. Ainſi je ne conſidererai que le ſeul mouvement annuel de la Terre, & les formules trouvées ci-

deſſus

deſſus fourniront aiſément les lieux vrais, tant du Soleil que des Etoiles fixes. Et d'abord je chercherai la correction pour les Etoiles fixes placées dans l'Ecliptique, leſquelles n'ayant aucune latitude, & la propagation ſucceſſive de la lumiere ne pouvant leur en donner, la correction ſe rapportera à la ſeule longitude. Que la Terre ſe meuve dans l'orbite Elliptique AT autour du Soleil placé dans l'un de ſes foyers C, que A ſoit le perihélie, & T le lieu de la Terre d'où l'Etoile fixe S placée dans le plan de l'Ecliptique eſt obſervée. Qu'on ſuppoſe la vîteſſe de la Terre en $T = u$, par laquelle elle avance ſuivant la direction de la tangente Tt. Si donc le lieu vrai TS de l'Etoile fixe eſt donné, & que l'angle STt ſoit ſuppoſé $= p$, la tangente de l'angle STs ſera $= \frac{u \sin p}{k + u \cos p}$, & ainſi il faudra ajouter cet angle STs à la vraye longitude TS de l'Etoile, pour en tirer ſa longitude apparente Ts. Mais ſi c'eſt la longitude apparente Ts qui ſoit donnée, & que l'angle sTt ſoit ſuppoſé $= q$, la correction STs doit etre ſouſtraite de la longitude apparente, pour avoir la longitude vraye TS, & on aura $\sin STs = \frac{u \sin q}{k}$. Si donc la Terre décrivoit un cercle autour du Soleil, l'angle CTt ſeroit perpetuellement droit, & ſa vîteſſe u deviendroit $= \alpha$. Et en poſant l'angle $CTS = r$, qui réſulte ſi l'on ſouſtrait la longitude de l'Etoile de la longitude du Soleil, l'angle STt ſera $= p = r - 90°$ & par conſéquent $\sin p = -\cos r$ & $\cos p = \sin r$. Ce qui donne la tangente de l'angle $STs = \frac{-\alpha \cos r}{k + \alpha \sin r}$. Mais ſi r déſigne l'angle apparent CTs, on trouvera le ſinus de la correction ou de l'angle $STs = \frac{-\alpha \cos r}{k}$.

Fig. II.

VII. Si la Terre ſe mouvoit donc dans un cercle autour du Soleil, il ſaudroit corriger de la maniere ſuivante les longitudes obſervées des Etoiles fixes qui ſont placées dans l'Ecliptique. Qu'on ſouſtraiſe la longitude obſervée $T\gamma$ de l'Etoile de la longitude du Soleil, & que la différence ſoit ſuppoſée $= r$, laquelle etant trouvée, & le ſinus de l'angle STY étant $= \frac{-\alpha \cos r}{k}$, il faut ſouſtraire de la longitude obſervée $T\gamma$ l'angle dont le ſinus eſt $\frac{-\alpha \cdot \cos r}{k}$, ou, ce qui revient au même, y ajouter l'angle dont le ſinus eſt $\frac{\alpha \cos r}{k}$. Il paroit par là que ſi l'angle r eſt ou 0^{s}, ou 1^{s}, ou 2^{s}, ou 9^{s}, ou 10^{s}, ou 11^{s}, la longitude apparente doit augmenter, mais que dans les autres ſignes $3^{s}, 4^{s}, 5^{s}, 6^{s}, 7^{s}, 8^{s}$, elle doit diminuer. Or cette correction, puiſque nous trouvons $k = 10464\alpha$, ſera toujours fort petite, en ſorte que cet angle peut etre cenſé égal au ſinus même. Comme donc $\frac{\alpha \cos r}{k}$ eſt $= \frac{\cos r}{10464}$, il faut d'abord ſouſtraire du logarithme du coſinus de l'angle r, $l\ 10464 = 4{,}0196977$, & l'on aura par ce moyen le logarithme du ſinus de l'angle cherché, qui etant égal à l'angle même, ſi l'on ſouſtrait encore $4{,}6855749$, le nombre qui répond au logarithme reſtant donnera la correction exprimée en ſecondes. Ou bien que du logarithme $\cos r$, on ſouſtraiſe dabord $8{,}7052726$, & l'on aura le logarithme du nombre des ſecondes, qui fourniſſent la correction deſirée. Ainſi une Etoile fixe etant obſervée en conjonction avec le Soleil, de maniere que l'angle r ſoit $= 0$ ſa longitude doit augmenter presque de $20''$. De là il

s'enſuit

s'enſuit que la longitude obſervée du Soleil ſera perpetuellement moindre que la veritable, & cela de 20″, puisque le Soleil doit etre regardé comme une étoile fixe. C'eſt pourquoi ſi les Tables Solaires marquoient le lieu vrai du Soleil, où cet Aſtre paroîtroit ſi les rayons parvenoient à nous ſans retardement, on ſeroit obligé de ſouſtraire conſtamment 20″ de ce lieu, pour remettre la Theorie d'accord avec les Obſervations. Mais ſi l'on obſerve une Etoile fixe en oppoſition avec le Soleil, ſa longitude doit être diminuée de 20″, & par cette raiſon lorsqu'on voit une Etoile fixe en oppoſition avec le Soleil, elle ſera encore eloignée de 40″ de ſa vraye oppoſition, & ce n'eſt qu'au bout de quelque tems, c'eſt à dire, après 16′ 14″ qu'elle y parviendra. Mais c'eſt dans la conjonction & dans l'oppoſition que l'aberration eſt la plus grande, elle devient moindre dans les autres eloignemens, & evanouït tout à fait dans les quadratures. Ce ſont donc ces derniers lieux qu'il faut choiſir, quand on veut rechercher la parallaxe annuelle des Etoiles fixes.

VIII. Les choses iroient ainſi, ſi l'orbite de la Terre etoit un cercle parfait, dans le centre duquel le Soleil fut placé; mais comme l'ellipſe que la Terre décrit eſt un peu excentrique, la correction qu'on vient de trouver en ſouffrira un changement à peine ſenſible. Cependant, afin de trouver la correction pour les Planetes & pour les Cometes, il eſt expédient d'accommoder ici le calcul à l'orbite elliptique de la Terre. Soit donc A le perihélie, & la diſtance $AC = a$, le demi parametre de l'orbite $= b$, l'anomalie vraye ou l'angle $ACT = v$, & la diſtance de la Terre au Soleil $CT = y$, on aura d'abord $y = \frac{ab}{a + (b-a)\cos v}$ ou $\cos v = \frac{a(b-y)}{(b-a)y}$. Par conſequent la diſtance de l'Aphelie au Soleil, en

poſant $v = 180°$ ſera $= \frac{ab}{2a-b}$; de plus l'axe transverſe $= \frac{2aa}{2a-b}$, & la diſtance des foyers $= \frac{2a(b-a)}{2a-b}$; donc la diſtance moyenne, qui eſt egale à la moitié de l'axe tranſverſe ſera $= \frac{aa}{2a-b}$, qui doit par conſequent etre egale à la quantité c, de ſorte que $\frac{aa}{2a-b} = c$. Si l'on ſe propoſe donc de chercher la correction pour les habitans des autres Planetes, alors il faudra tirer les valeurs des Lettres a & b de l'orbite vraye de chacune. Qu'on poſe de plus l'angle $ATC = \varphi$ on trouvera par les coniques $\text{tang}\,\varphi = \frac{ab}{(b-a)\,y\,\text{ſin}\,v}$, & ſi la vîteſſe de la Terre dans le lieu T eſt reputée $= u$ on aura $\alpha : u = \frac{1}{\sqrt{c}} : \frac{\sqrt{b}}{y\,\text{ſin}\,\varphi}$; & par conſequent $u = \frac{\alpha\sqrt{bc}}{y\,\text{ſin}\,\varphi}$. Or $\text{ſin}\,\varphi = \frac{\alpha\sqrt{b}}{\sqrt{y}\,(2aa-2ay+by)}$, & ainſi la vîteſſe de la Terre en T ſavoir $u = \frac{\alpha\sqrt{c}\,(2aa-2ay+by)}{\alpha\sqrt{y}}$, formule qui exprime egalement la vîteſſe de toute Planete dans chaque point de ſon orbite. A l'egard de la Terre, comme $2a - b$ eſt $= \frac{aa}{c}$ cela donnera $u = \frac{\alpha\sqrt{(2c-y)}}{\sqrt{y}}$. Si l'on poſe donc, comme auparavant, l'eloignement de l'Etoile fixe au Soleil, ou l'angle $CTS = r$, on aura $STs = r - 180 + \varphi = p$, & par conſequent comme le ſinus de l'angle STs a été trouvé $= \frac{u\,\text{ſin}\,p}{k}$

$\frac{n \sin p}{k}$, il ſera $= \frac{-u \sin (r+\Phi)}{k} = \frac{-\alpha\sqrt{bc}}{ky} \cdot \frac{\sin (r+\Phi)}{\sin \Phi}$

$= \frac{-\alpha\sqrt{bc}}{ky}\left(\text{cof } r + \frac{\sin r}{\text{tang } \Phi}\right)$, & par conſéquent l'angle

$\text{ST}s = \frac{-\alpha\sqrt{bc}}{ky}\left(\text{cof } r + \frac{(b-a)y \sin r \cdot \sin r}{a\,b}\right)$.

IX. POUR FACILITER encore davantage l'uſage de cette formule, outre la diſtance moyenne de la Terre au Soleil $c = \frac{aa}{2a-b}$, employons l'excentricité, qui eſt la diſtance des foyers diviſée par l'axe transverſe $= \frac{b-a}{a}$; que l'on ſuppoſe cette fraction $\frac{b-a}{a} = n$, & l'on aura la diſtance du Perihélie au Soleil $a = c\,(1-n)$, la diſtance de l'aphelie au Soleil $= c\,(1+n)$ & le demi parametre $b = c\,(1-nn)$. Par conſéquent ſi l'on ſuppoſe la diſtance de l'Aphelie au Soleil $= \text{A}$, on aura $b = \frac{\text{A}a}{c}$, d'où il eſt facile de déduire par les tables le demi parametre b pour chaque Planete. De plus y ſera $= \frac{(1-nn)c}{1+n \text{ cof } v} = \frac{b}{1+n \text{ cof } v}$; d'ou réſulte $\frac{\sqrt{bc}}{y} = \frac{1+n \text{ cof } v}{\sqrt{(1-nn)}}$ & $\frac{(b-a)\,y \sin v \cdot \sin r}{ab} = \frac{n \sin v \cdot \sin r}{1+n \text{ cof } v}$.

Par ce moyen on aura le ſinus de la correction ou de l'angle $\text{S}Ts$ $= \frac{-\alpha}{k\sqrt{(1-nn)}}\left(\text{cof } r + n \text{ cof } (r-v)\right)$. Si nous tirons donc la droite CO paralléle à $\text{T}s$, l'angle BCO ſera $= r-v$, & ainſi $r-v$ deſignera la diſtance apparente de l'Etoile à l'aphelie de l'orbite

l'orbite B, laquelle diſtance, comme elle eſt connuë, ſoit poſée $= \theta$, & il en réſultera ſin ST $s = \frac{-\alpha}{k\sqrt{(1-nn)}}\left(\text{cof } r + n \text{ cof } \theta\right)$ ou ſin ST $s = \frac{-\alpha\sqrt{c}}{k\sqrt{b}}\left(\text{cof } r + n \text{ cof } \theta\right)$ où $\frac{\alpha}{k}$ eſt $= \frac{1}{10464}$ & $\frac{\sqrt{c}}{\sqrt{b}} = \frac{c}{\sqrt{\text{A}a}}$. Il y a donc pour orbite de la Terre $l\frac{\sqrt{c}}{\sqrt{b}} =$ 0, 0000125 & $n = 0,01692$ & $l\,n = 8,228400$. Ainſi puiſqu'on doit ajouter au lieu de l'Etoile obſervé dans l'Ecliptique l'angle dont le ſinus eſt $= \frac{\alpha\sqrt{c}}{k\sqrt{b}}$ (cof $r + n$ cof θ) la correction ſera la plus grande, ſi les deux angles r & θ evanouïſſent, ou s'ils deviennent tous deux égaux à deux angles droits. Dans le premier cas l'Etoile ſera obſervée dans l'Aphelie de la Terre placée dans ſon Perihélie, & par conſéquent en conjonction avec le Soleil; dans lequel cas on doit donc ajouter à la longitude obſervée l'angle dont le ſinus eſt $= \frac{(1+n)\sqrt{c}}{10464\sqrt{b}}$, angle qui eſt de 20″ 3‴, au lieu qu'auparavant on l'avoit trouvé de 19″ 43‴. La difference dans la quantité de la correction qui procéde de l'excentricité de l'orbite de la Terre, ne parvenant donc jamais à une ſeconde, on peut en toute ſureté regarder l'orbite de la Terre comme circulaire; & par la même raiſon la correction fournie ci-deſſus pour les Etoiles fixes obſervées dans l'Ecliptique pourra etre employée ſans erreur.

X. La formule trouvée $\frac{\alpha\sqrt{b}}{k\sqrt{c}}$ (cof $r + n$ cof θ) met auſſi en etat de déterminer quelle aberration les habitans des autres Planetes & par conſéquent ceux des Cometes, doivent remarquer à cauſe

cauſe de la propagation ſucceſſive de la lumiere. Car ſi l'on ſuppoſe que toute autre Planete du premier ordre ait la diſtance moyenne au Soleil = C, la vîteſſe moyenne = A, & le parametre = $2b$, on trouvera le ſinus de l'angle d'aberration = $\frac{A\sqrt{C}}{k\sqrt{b}}\left(\text{cof}\, r + n\,\text{cof}\,\theta\right)$. Or, $A\sqrt{C}$ eſt = $\alpha\sqrt{c}$, parce que les vîteſſes moyennes ſont en raiſon réciproque ſousdoublée des diſtances moyennes. C'eſt pourquoi ſi c déſigne, comme il l'a fait jusqu'à préſent, la diſtance moyenne de la Terre au Soleil, qu'on expoſe ordinairement dans les Tables Aſtronomiques par 100000, & que le demi parametre de la Planete en queſtion ſoit = b, & l'excentricité = n, le ſinus de la correction, qui doit être ajoutée à la longitude de toute Etoile fixe obſervée dans le meme plan de l'Orbite de la Planete, ſera = $\frac{\sqrt{c}}{10464\sqrt{b}}\left(\text{cof}\, r + n\,\text{cof}\,\theta\right)$, où r marque la diſtance de l'Etoile fixe au Soleil, & θ ſa diſtance du lieu de l'Aphelie. Il paroit par là que pour les Planetes ſuperieures, dont le demi-coté droit b eſt plus grand que celui de la Terre, la correction doit être beaucoup moindre, & que les Planetes inferieures auront au contraire une plus grande correction. Mais la plus grande correction ſera conſtamment, quand, la Planete étant dans ſon Perihélie, on obſerve l'Etoile fixe, ou en conjonction, ou en oppoſition avec le Soleil. Dans ces cas donc on aura $\text{cof}\, r = \text{cof}\,\theta = \pm 1$. & le ſinus de la correction ſera = $\frac{(1+n)\sqrt{c}}{10464\sqrt{b}}$. Soit la diſtance du perihélie au Soleil = a, la diſtance de l'Aphelie = A, & la diſtance moyenne = C, b ſera = $\frac{Aa}{C}$ & $1+n = \frac{A}{C}$; leſquelles diſtances feront

le ſinus de correction $= \frac{\sqrt{A}c}{10464\sqrt{a}C}$. Qu'on prenne pour exemple l'orbite de Mercure, lequel etant dans ſon Perihélie, & la longitude de l'Etoile fixe obſervée en conjonction ou en oppoſition avec le Soleil, differera de la vraye d'un angle qu'on determine ainſi

l A	= 4, 669131	la	= 4, 487704
lc	= 5, 000000	lC	= 4, 587823
l A c	= 9, 669131		9, 075527
laC	= 9, 075527		
div. par 2	0, 593604		
	0, 296802		
ſouſtr.	8, 705273		
	1, 591529		

La correction eſt donc 39″ 2‴ .

XI. A L'EGARD des Cometes, qui s'approchent beaucoup du Soleil, lorsqu'elles ſont dans le Perihélie, ſi leurs habitans obſervent une Etoile fixe en conjonction ou en oppoſition avec le Soleil, l'aberration doit être encore plus grande. Car premiérement, comme on ſuppoſe qu'elles décrivent des Paraboles autour du Soleil, n ſera $= 1$, ce qui donnera à l'autre facteur $1 + n$ une plus grande valeur que dans les Planetes. Outre cela le demi-parametre b qui devient $= 2a$, ſera fort petit. Ainſi il y aura une trés grande correction, quand la Cométe ſera au Perihélie, & l'Etoile fixe y etant obſervée en oppoſition ou en conjonction avec le Soleil, elle ſera $= \frac{2\sqrt{c}}{10464\sqrt{2a}} = \frac{\sqrt{2c}}{10464\sqrt{a}}$. Done dans la Comete de 1680, cette correction devoit etre fort conſiderable, puisque de

toutes

toutes les Cometes, c'eſt celle qui s'eſt le plus approchée du Soleil; car *la* etoit = 2,8172032, ce qui donne

l 2 *c*	=	5, 301030
l a	=	2, 817203
div. par 2		2, 483827
		1, 241914
		8, 705273
		2, 536641

La correction etoit donc = 344″ = 5′ 44″.

Pour la derniere Comete de 1744. j'ai trouvé *la* = 4, 346783, & ainſi l'aberration d'une l'Etoile fixe obſervée en conjonction ou en oppoſition avec le Soleil, de la Comete ſituée dans ſon Perihélie, devoit être 59″. Le lieu de la Terre obſervé de cette Comete dans ſon Perihélie devoit donc être dans la même aberration du lieu vrai, parce que dans ce tems là le Soleil, la Comete & la Terre etoient poſés presque directement, & ainſi le cas rapporté ci-deſſus avoit lieu. Mais cette correction ne procede que du mouvement de la Comete, & ſi l'on ajoute au calcul le mouvement de la Terre, cette aberration devra augmenter ou diminuer de 20″, ſuivant que le mouvement de la Terre & de la Comète auront la même direction, ou une direction contraire. Dans ce cas, comme l'un & l'autre mouvement vu du Soleil eſt direct, il faudroit ſouſtraire 20″, ſi les deux mouvemens etoient dans le même plan; mais lorsque cela n'a pas lieu, il y a une autre route à ſuivre pour trouver la correction qui réſulte des deux mouvemens, comme je le montrerai dans la ſuite.

XII. Je n'ai conſideré juſqu'à préſent que les Etoiles fixes qui ſont ſituées dans le plan de l'Ecliptique, & j'ai determiné la différence entre leurs lieux vrais & leurs lieux apparens; à preſent je vais recher-

cher la correction des autres Etoiles fixes, qui ſont placées hors du plan de l'Ecliptique. Comme non ſeulement la longitude, mais auſſi la latitude des Etoiles fixes, peut etre alterée par la propagation ſucceſſive de la lumiere, il faut examiner chacun de ces changemens à part. Pour proceder à cet examen je ſuppoſerai l'Orbite de la Terre circulaire, parce que j'ai déja fait voir que ſon excentricité ne cauſe aucune difference ſenſible. Soit donc C le Soleil placé au centre de l'orbite de la Terre, & T le lieu de la Terre. Qu'on poſe, comme auparavant la diſtance $CT = c$, la vîteſſe de la Terre ſuivant la direction $T\tau = \alpha$, & la vîteſſe de la lumiere $= k$, ou $k = 10464\ \alpha$. Qu'une Etoile fixe ſoit hors du plan de l'Ecliptique en S, & que de ce point on faſſe tomber ſur le plan de l'Ecliptique la perpendiculaire SR; ſi la lumiere parvenoit à nous en un inſtant, la direction de la droite TR fourniroit la longitude vraye de l'Etoile, & l'angle STR la latitude vraye, que je ſuppoſerai ſeptentrionale, comme la Figure la repréſente. Qu'on méne à preſent, ſuivant les régles expoſées ci-deſſus la droite $S\sigma$ parallèle à $T\tau$, qui ſoit à TS comme α à k, la droite $T\sigma$ ſera le lieu apparent de l'Etoile. Qu'on faſſe pareillement tomber de σ ſur le plan de l'Ecliptique la perpendiculaire $\sigma\rho$, & l'on aura $\sigma\rho = SR$ & $R\rho = S\sigma$. Ainſi la droite $T\rho$ fournira la longitude apparente de l'Etoile, & l'angle $\sigma T\rho$ ſa latitude apparente.

Fig. III.

XIII. Cela poſé, diſons l'angle $CT\rho = r$, qui réſulte de l'operation par laquelle on ſouſtrait la longitude de l'Etoile obſervée de la longitude du Soleil; & ſa latitude apparente, ou l'angle $\sigma T\rho = p$; alors l'angle $\rho T\tau$ ſera $= R\rho T = r - 90°$, d'où $\sin R\rho T = -\cos r$ & $\cos R\rho T = \sin r$. Qu'on ſuppoſe $TS = kz$, on aura $S\sigma = R\rho = \alpha z$. De plus que $T\sigma = y$, on aura $\rho\sigma = RS = y \sin p$, & $T\rho = y \cos p$.

Le

Le triangle TRS donnera $TR^2 = k^2 z^2 - y^2 \sin p^2$, & par le triangle R$r$T on aura $TR^2 = y^2 \cos p^2 + \alpha^2 z^2 - 2\alpha y z \sin r \cos p$; d'où réſulte $(k^2 - \alpha^2) zz = y^2 - 2\alpha y z \sin r \cos p$. Comme donc $\sin RTr = \frac{R r \sin Tr R}{TR} = \frac{-\alpha z \cos r}{\sqrt{(k^2 z^2 - y^2 \sin p^2)}}$, cette expreſſion deviendra trop compliquée pour qu'on puiſſe s'en ſervir commodément dans le calcul. C'eſt pourquoi ſuppoſons que ce ne ſoit pas le lieu apparent de l'Etoile, qu'on propoſe, mais le lieu vrai pour en déduire l'apparent. Car comme la correction eſt trés petite, elle ne variera point, ſoit qu'on la détermine par le lieu vrai, ou par le lieu apparent. Ainſi ſi nous ſavons aſſigner le lieu apparent de l'Etoile par ſon lieu vrai, nous pourrons réciproquement déduire le lieu vrai du lieu apparent. Et même cela conviendra mieux aux uſages Aſtronomiques; car ſi l'on ſuppoſe que les lieux de toutes les Etoiles fixes ſont rapportés de la maniere la plus exacte dans les Tables, on pourra déterminer leurs lieux apparens pour quelque tems que ce ſoit.

XIV. Le lieu du Soleil etant donc trouvé pour le tems propoſé, il n'y a qu'à en ſouſtraire la longitude vraie de l'Etoile fixe tirée des Tables, & ſuppoſer l'angle reſtant $CTR = r$, l'angle RTr ſera $= r - 90°$, & par conſequent ſon ſinus $= -\cos r$ & le coſinus $= \sin r$. Soit de plus la latitude vraie $STR = p$, en poſant $TS = kz$, on aura $Sr = Rr = \alpha z$, $SR = Sr = kz \sin p$ & $TR = kz \cos p$. Par là on trouve tang $RTr = \frac{-\alpha \cos r}{k \cos p + \alpha \sin r}$. Mais ſi on prend r & p du lieu obſervé de l'Etoile, il faut alors ajouter à la longitude obſervée l'angle, dont la tangente $= \frac{\alpha \cos r}{k \cos p + \alpha \sin r}$.

Enſuite dans le triangle TRr, on trouve le coté Tr $= z\ V(k^2 \text{ cof } p^2 + 2\alpha k \text{ cof } p \text{ ſin } r + \alpha\alpha)$ ce qui fournit la tangente de la latitude apparente, ou tang. $s\text{T}r = \frac{k \text{ ſin } p}{V(k^2 \text{ cof } p^2 + 2\alpha k \text{ cof } p \text{ ſin } r + \alpha\alpha)}$. Et pour l'exprimer plus commodément, qu'on répute l'angle dont la tangente $= \frac{\alpha \text{ cof } r}{k \text{ cof } p + \alpha \text{ ſin } r}$ eſt trouvée, $= \varphi$, en ſorte que φ ſoit la difference entre la longitude vraie & la longitude apparente, ſin φ ſera $= \frac{\alpha \text{ cof } r}{V(k^2 \text{ cof } p^2 + 2\alpha k \text{ ſin } r \text{ cof } p + \alpha\alpha)}$, d'où tang $s\text{T}r = \frac{k \text{ ſin } p \text{ ſin } \Phi}{\alpha \text{ cof } r}$. De cette maniere donc par la correction de la longitude φ déja connüe on trouve la latitude apparente, dont la tangente eſt $= \frac{k \text{ ſin } p. \text{ ſin } \Phi}{\alpha \text{ cof } r}$. Mais comme l'angle φ eſt trés petit, ſon ſinus ſera presque égal à la tangente, qui a été trouvée $= \frac{\alpha \text{ cof } r}{k \text{ cof } p + \alpha \text{ ſin } r}$; laquelle etant ſubſtituée au ſin φ, on aura tang $s\text{T}r = \frac{k \text{ ſin } p}{k \text{ cof } p + \alpha \text{ ſin } r}$. Or il paroit que ce dénominateur $k \text{ cof } p + \alpha \text{ ſin } r$ ne differe pas ſenſiblement du précedent $V(k^2 \text{ cof } p^2 + 2\alpha k \text{ ſin } r \text{ cof } p + \alpha\alpha)$. A moins donc que le terme $k \text{ cof } p$ ne ſoit trés petit, on peut en ſureté negliger cette difference ; mais s'il eſt presque $p = o$, ce qui arrive ſi l'Etoile eſt trés prochaine d'un Pole de l'Ecliptique, alors cette erreur peut devenir ſenſible ; & c'eſt dans ce ſeul cas qu'il convient de ſe ſervir de la formu-

formule précedente $\text{tang } sTr = \frac{k \sin p}{\sqrt{(k^2 \cos p^2 + 2\alpha k \sin r \cos p + \alpha\alpha)}}$.

XV. L'APPLICATION de ces formules eſt très difficile, ſi l'Etoile eſt fort voiſine du pole de l'Ecliptique, parce qu'alors ſa longitude & la diſtance CTR deviennent incertaines, & au Pole même tout à fait nulles. Cependant, ſi nous faiſons attention à la nature même de la ſolution, les aberrations de ces Etoiles peuvent etre aiſément déterminées. En effet ſuppoſons que l'Etoile fixe S ſoit placée au Pole même de l'Ecliptique, la droite ST ſera normale au Plan de l'Ecliptique, & TR evanouïra ; donc R*r* tombera ſur T*t*, & ainſi cette droite T*t* repreſentera la longitude apparente de l'Etoile. Pour avoir cette longitude, il faut perpetuellement ſouſtraire de la longitude du Soleil trois ſignes ou 90°. Enſuite, puisque dans ce cas la tangente de la diſtance apparente de l'Etoile au Pole eſt exprimée par la fraction $\frac{\alpha}{k}$, cette diſtance ſera de 20″. Par conſéquent, ſi l'Etoile fixe etoit toujours au Pole de l'Ecliptique, elle en paroîtroit conſtamment eloignée de 20″ & ainſi on la verroit avec une longitude moindre de trois ſignes que la longitude du Soleil. Cette Etoile paroitroit decrire dans l'eſpace d'un an autour du Pole vrai un cercle, dont le rayon ſeroit de 20″. Pareillement auſſi les Etoiles fixes les plus proches du Pole de l'Ecliptique paroîtront decrire de ſemblables cercles autour de leurs lieux vrais, de maniere qu'on ne les verra jamais dans leurs lieux vrais. Ainſi s'il arrivoit qu'on obſervât une Etoile fixe dans le Pole même de l'Ecliptique, ſon lieu vrai ſeroit diſtant du Pole de 20″, & ſa longitude vraye ſe trouveroit en ajoutant trois ſignes à la longitude du Soleil. Si nous regardons donc à ce mouvement circulaire, par lequel

les

les Etoiles dans la proximité du Pole de l'Ecliptique paroiſſent tourner autour de leurs lieux vrais, on pourra déterminer pour un tems quelconque le lieu apparent de chacune d'elles. Mais comme il n'exiſte aucune Etoile remarquable qui ſoit ſi voiſine du Pole de l'Ecliptique, que le terme $k \cos p$ evanouïſſe en quelque ſorte, nous n'avons pas beſoin de cette précaution.

XVI. Je passerai donc aux Etoiles fixes un peu plus diſtantes du Pole de l'Ecliptique, ou dont la latitude p differe conſiderablement de 90°. Comme en poſant l'angle CTR $= r$, qui réſulte lorsqu'on ſouſtrait la longitude de l'Etoile de la longitude du Soleil, on doit ſouſtraire de la longitude vraye de l'Etoile l'angle dont la tangente $= \frac{\alpha \cos r}{k \cos p + \alpha \sin r}$, pour trouver ſon lieu apparent; il ſera aiſé de rejetter dans le dénominateur le terme $\alpha \sin r$ plutot que l'autre $k \cos p$, de ſorte que la tangente de la correction ſe trouve $= \frac{\alpha \cos r}{k \cos p}$; laquelle expreſſion etant fort petite pourra être priſe pour la correction même. Réciproquement donc ſi p deſigne la latitude obſervée de l'Etoile, & r l'angle obſervé CTR, il faudra ajouter à la longitude obſervée de l'Etoile l'angle $= \frac{\alpha \cos r}{k \cos p}$ pour trouver ſa longitude vraye, où la valeur de la fraction $\frac{\alpha}{k}$ eſt $= \frac{1}{10464}$. Pour ce qui regarde la variation de la latitude, ſi p eſt la latitude vraye, la tangente de la latitude apparente ſera $= \frac{k \sin p}{k \cos p + \alpha \sin r}$. Ainſi ſi la latitude apparente eſt dite $= p - \varphi$, tang φ deviendra $= \frac{\alpha \sin p \sin r}{k + \alpha \sin r \cos p}$, & par conſequent φ presque

presque tout à fait $\varphi = \frac{\alpha}{k}$ ſi p ſi r. On doit donc ſouſtraire de la latitude vraye p l'angle $= \frac{\alpha}{k}$ ſi p. ſi r, pour en tirer la latitude apparente. Il faut proceder de la maniere ſuivante dans la correction du lieu apparent de chaque Etoile fixe.

Soit au tems de l'Obſervation la longitude du Soleil $= L$, *la longitude de l'Etoile fixe obſervée* $= M$, *& ſa latitude obſervée* $= p$, *qu'on ſuppoſe* $L - M = r$; *la longitude vraye de l'Etoile ſera* $= M + \frac{\text{cof } r}{10464 \text{ cof } p}$ *& ſa latitude vraie* $= p + \frac{\text{ſin } r. \text{ ſin } p}{10464}$.

XVII. Le lieu apparent de chaque Etoile fixe etant donc toujours différent de ſon lieu veritable, ou à l'egard de la longitude, ou à l'egard de la latitude, ou à l'un & à l'autre enſemble, on verra chaque Etoile fixe ſe mouvoir dans un petit eſpace pendant l'intervalle d'un an. Pour repréſenter ce mouvement apparent de chaque Etoile fixe dans le Ciel, conſiderons la Terre comme etant en repos dans le point T, & que le cercle ABCD ſoit l'Ecliptique, ſuivant laquelle le Soleil ſemble ſe mouvoir, ſuivant l'ordre des lettres A, B, C, D, A. Sur ce cercle ABCD, comme ſur une baſe, que l'on conçoive conſtruit l'Hemiſphere, dont le point le plus élevé P repréſentera l'un des Poles de l'Ecliptique ; & qu'à la ſurface de cet Hemiſphére le point O ſoit le lieu vrai de quelque Etoile fixe ; qu'on tire par ce point du Pole B l'eſpece de Meridien P O B, le point B ſera la longitude vraye de l'Etoile fixe, & l'arc du Meridien B O ſa latitude vraye $= p$. Suppoſons à preſent que le Soleil ſoit en A, l'angle r ſera $= -90°$, ſi l'on conçoit le point B comme etant diſtant d'un angle droit des deux points cardinaux A & C. *Fig.* IV.

Dans ce cas donc à cauſe de cof $r = o$, la longitude apparente ne differera pas de la véritable, mais à cauſe de ſin $r = -1$, il faudra ajouter à la latitude vraye p le petit arc $= \frac{\text{ſin } p}{10464}$, pour trouver la latitude apparente. En prenant donc dans le Meridien PB le petit arc $O\alpha = \frac{\text{ſin } p}{10464}$, α ſera le lieu apparent de l'Etoile, lorsque le Soleil eſt au point A. Mais au bout de ſix mois, quand le Soleil aura atteint C, à cauſe de $r = +90°$, la longitude apparente de l'Etoile s'accordera de nouveau avec la vraye, mais il faudra diminuer la latitude de l'angle $\frac{\text{ſin } p}{10464}$. Ainſi, en prenant le petit arc $Oc = \frac{\text{ſin } p}{10464}$, l'Etoile paroitra au point c, lorsque le Soleil eſt au point C. Mais ſi le Soleil ſe trouve au point B, l'Etoile etant parvenüe à la conjonction ſuivant la longitude, on aura $r = o$. Donc la latitude apparente s'accordera dans ce cas avec la vraye ; mais on doit ſouſtraire de la longitude vraye l'angle $= \frac{1}{10464 \text{ cof} p}$. En prenant donc l'arc $B\beta = \frac{1}{10464 \text{ cof } p}$, en tirant le Meridien Pβ, & en y prenant $\beta b = BO = p$, b ſera le lieu apparent de l'Etoile, lorsque le Soleil eſt au point B. De même en prenant $B\delta = \frac{1}{10464 \text{ cof} p}$, & en tirant le Meridien Pδ, ſi on y prend $\delta d = BO = p$, d ſera le lieu apparent de l'Etoile lorsque le Soleil eſt en D, c'eſt à dire, quand il eſt en oppoſition avec l'Etoile ſuivant la longitude. Ainſi ſi l'on conçoit un cercle moindre mené par les points b, O, d, duquel cercle la portion bOd pourra etre reputée une ligne droite

il

il ſera, $B\beta : O\,b = B\delta : O\,d = 1 : \cos p$, & par conſéquent $O\,b = O\,d = \frac{1}{10464}$. Ainſi l'ecart de part & d'autre $O\,b$ & $O\,d$ vaudra 20″, à quoi l'un & l'autre ecart aura ſuivant la latitude $O\,a$ ou $O\,e$ la même raiſon que ſin p au ſinus total. L'Etoile fixe O paroitra donc parcourir dans l'eſpace d'un an la circonference de l'Ellipſe *a b c d*, dont le plus grand Axe *b d* paralléle au plan de l'Ecliptique ſoutendra dans le Ciel un petit arc de 40″, & le moindre axe ſera au plus grand, comme le ſinus de la latitude vraye au ſinus total. Pendant que le Soleil avance dans l'Ecliptique ſuivant l'ordre des lettres A B C D, l'Etoile fixe O ſemble décrire la circonference de l'Ellipſe ſuivant l'ordre des lettres *a, b, c, d*. Si donc la latitude de l'Etoile *p* evanouït, le moindre axe de cette Ellipſe *ac* evanouïra en même tems, & l'Etoile paroitra s'ecarter d'un coté & de l'autre de ſon lieu vrai dans l'Ecliptique jusqu'à 20″. Plus la latitude de l'Etoile fixe O devient donc grande, plus le moindre axe de l'ellipſe *ac* s'accroîtra, jusqu'à ce qu'il devienne égal à l'axe transverſe *b d*, au cas que l'Etoile fixe ſoit placée dans le Pole de l'Ecliptique P. Ainſi l'on verra dans ce cas l'Etoile polaire décrire autour de ſon lieu vrai un cercle, dont le rayon ſoutendra dans le Ciel un arc de 20″. Tout cela montre qu'on ne voit jamais aucune Etoile fixe ſituée hors du plan de l'Ecliptique dans ſon lieu vrai; mais que deux fois par an on voit dans ſon lieu vrai chacune des Etoiles fixes qui ſont dans le plan de l'Ecliptique, ce qui arrive quand leur longitude eſt diſtante de 90° de la longitude du Soleil. Ces ſeules Etoiles fixes donc, & ſeulement dans ces tems, ſont propres à la recherche qu'on voudroit faire de leur Parallaxe, ſans avoir égard à la propagation ſucceſſive de la lumiere.

XVIII. Pour rechercher préſentement ce qui fait mon principal objet dans ce Memoire, ſavoir les erreurs que la propagation ſucceſſive de la lumiere répand ſur les obſervations qui concernent les Planetes & les Cometes, je conſidererai d'abord la Terre, comme ſi elle etoit en repos, pour découvrir quelle difference le ſeul mouvement de l'Aſtre peut produire entre le lieu vrai & le lieu obſervé.

Fig. V. Que la Terre ſoit donc en repos en T, & que la Planete ou la Comete ſe meuve ſuivant la direction ΣS avec une vîteſſe donnée, qui ſoit $= u$, la vîteſſe de la lumiere etant comme jusqu'ici $= k$. Soit ΣT le rayon par lequel on voit l'Etoile, il eſt néceſſaire que l'Etoile ait été en Σ, lorsque le rayon en eſt parti, & par conſequent la droite $T\Sigma$ donnera le lieu apparent de l'Etoile. Mais comme l'Etoile elle même ſe meut, chaque rayon de lumiere ſera mu d'un mouvement compoſé, ſavoir de celui qui lui eſt propre, & du mouvement de l'Etoile, & ainſi la droite ΣT ſera la diagonale de quelque Parallélogramme $\Sigma S T \Theta$, dont les cotés $\Sigma\Theta$ & ΣS ſeront entr'eux comme la vîteſſe de la lumiere à la vîteſſe de l'Etoile; & le coté ΣS etant placé dans la direction du mouvement de l'Etoile, cela détermine en même tems la poſition de l'autre coté $\Sigma\Theta$. Comme donc $\Sigma\Theta$ eſt à ΣS de même que k à u, le rayon $\Sigma\Theta$ que l'Etoile enverroit, ſi elle etoit en repos, parviendra à cauſe du mouvement de l'Etoile en T, & frappera l'oeil du ſpectateur. Mais pendant que ce rayon ſe propage de Σ en T, l'Etoile s'avance vers S, & ainſi lorsque le ſpectateur placé en T voit l'Etoile en Σ, l'Etoile eſt effectivement au point S, & elle y paroîtroit, ſi les rayons arrivoient tout d'un coup à nous. Ainſi lorsque la droite $T\Sigma$ repréſente le lieu apparent de l'Etoile, le lieu vrai eſt exprimé par la droite TS. & ainſi le lieu vrai differera du lieu apparent de l'ange $S T \Sigma$,

difference

difference que l'on infere du triangle $\Sigma T S$, dans lequel la proportion des cotés $TS : S\Sigma$ eſt $= k : u$; de plus l'orbite connuë de l'Etoile & ſon mouvement donnent l'angle $TS\Sigma$, lequel etant ſuppoſé $= \varphi$, on aura tang $STS = \frac{u \sin \varphi}{k - u \cos \varphi}$. Mais la vîteſſe du rayon ΣT, qui nous rend l'Etoile viſible ne ſera plus k, elle aura à k la même raiſon, que la diogonale $\Sigma\Gamma$ au coté ST, d'où la vîteſſe du rayon $\Sigma\Gamma$ ſera $= V(k^2 - 2ku \cos\varphi + uu)$.

XIX. Quand on connoit donc l'orbite de la Planete ou de la Comete & ſon mouvement, on peut aſſigner ſon lieu vrai S pour un tems donné, auſſi bien que ſa vîteſſe $= u$, & ſa direction SV, par où l'on connoîtra l'angle $TS\Sigma = \varphi$. Ces choſes etant trouvées qu'on prenne $S\Sigma : TS = u : k$, la tirée TS donnera le lieu apparent de l'Etoile, qui differera du lieu vrai de l'angle STS, dont la tangente eſt $= \frac{u \sin \varphi}{k - u \cos \varphi}$. Alors on verra pendant ce tems là l'Etoile par le rayon ΣT, dont la vîteſſe ſera $= V(k^2 - 2ku \cos\varphi + uu)$. Telle ſeroit donc la maniere dont l'Etoile paroîtroit, ſi la Terre etoit immobile en T, mais ſi l'on comprend auſſi dans le calcul le mouvement de la Terre, la queſtion ſe réduit à déterminer le lieu apparent, que repreſentera le rayon tombant ſuivant la direction ΣT avec une vîteſſe $= V(k^2 - 2ku \cos\varphi + uu)$ ſur l'oeil du ſpectateur mu, ce qui revient au cas que nous avons traité ci-deſſus. Car ſoit $T\tau$ la direction ſuivant laquelle la Terre ſe meut, & qu'on ſuppoſe ſa vîteſſe egale à α, en ſorte que k ſoit $= 10464\ \alpha$. Il faut conformément aux régles que nous avons fournies tirer la droite ΣS paralléle à $T\tau$, en ſorte que ΣT

ſoit

ſoit à ΣS, comme la vîteſſe du rayon tombant ΣT (qui eſt $= V(k^2 - 2ku\cos\varphi + uu)$ à la vîteſſe de la Terre $= \alpha$. Par là Σs deviendra donc $= \alpha$, puiſque la droite ST eſt repreſentée par k & ΣT par $V(k^2 - 2ku\cos\varphi + uu)$. Par conſéquent ſi l'on ſuppoſe l'angle $Ts\Sigma = \theta$, dont le complément à deux droits différera de l'angle STs, qu'on trouve par la Theorie de l'aigle ΣTS qui eſt déja trouvé auparavant, en ſorte que cet angle θ ſoit connu. C'eſt pourquoi comme $T\Sigma s$ eſt $= \theta$, la tangente de l'angle ΣTs deviendra $= \frac{\alpha \sin\theta}{V(k^2 - 2ku\cos u + uu) - \alpha\cos\theta}$. On peut déterminer par cette formule le lieu apparent Ts, qui réſulte du mouvement de l'Etoile & de celui de la Terre. Si ces deux directions tombent ſur le même plan, qu'on ſuppoſe l'angle $STs = \zeta$, que la Theorie fournit, & l'angle $ST\Sigma = \omega$, en ſorte que tang $a = \frac{u \sin\varphi}{k - u\cos\varphi}$, on aura $\theta = 180 - \zeta - \omega$, & par conſéquent $\sin\theta = \sin(\zeta + \omega)$ & $\cos\theta = -\cos(\zeta + \omega)$. Cette ſubſtitution etant faite, la tangente de $\Sigma Ts = \frac{\alpha \sin(\zeta + \omega)}{V(k^2 - 2ku\cos\varphi + uu) + \alpha\cos(\zeta + \omega)}$

$= \frac{\alpha \sin\zeta\cos\omega + \alpha\cos\zeta\sin\omega}{V(k^2 - 2ku\cos\varphi + uu) + \alpha\cos\zeta\cos\omega - \alpha\sin\zeta\sin\omega}$. Mais parce que la différence entre le lieu vrai TS & le lieu apparent Ts eſt l'angle $STs = \Sigma Ts - \omega$, on trouvera par là l'angle même STs. Et comme tang $\omega = \frac{u\sin\varphi}{k - u\cos\varphi}$, on aura $\sin\omega = \frac{u\sin\varphi}{V(k^2 - 2ku\cos\varphi + uu)}$ & $\cos\omega = \frac{k - u\cos\varphi}{V(k^2 - 2ku\cos\varphi + uu)}$.

Et

Et comme il en reſulte tang $ST\sigma = \frac{\alpha \sin \zeta - \sin \omega \sqrt{(k^2 - 2ku\cos\Phi + uu)}}{\alpha \cos \zeta + \cos \omega \sqrt{(k^2 - 2ku\cos\Phi + uu)}}$,

on aura, en ſubſtituant au lieu de $\sin \omega$ & $\cos \omega$ les valeurs indiquées,

$$\text{tang } ST\sigma = \frac{\alpha \sin \zeta - u \sin \Phi}{k + \alpha \cos \zeta - u \cos \Phi}.$$

XX. Supposons à préſent que la Planete ou la Comete ne ſe meuve pas dans le plan de l'Ecliptique, & qu'ainſi les droites $S\Sigma$ & $T\sigma$ ne ſoient pas placées dans le même plan. On trouvera donc pour le tems propoſé la Terre en T, où elle aura un mouvement ſuivant la direction $T\sigma$ avec une vîteſſe $= \alpha$, la vîteſſe de la lumiere etant $= k = 10464\ \alpha$. Qu'au même moment la Planete ou la Comete ſoit au point S dans lequel elle ſeroit vuë en effet, ſi les rayons venoient à nous ſans retardement, de ſorte que la droite TS fourniroit ſon lieu vrai. Qu'on faſſe tomber du point S ſur le plan de l'Ecliptique la perpendiculaire SR, en tirant la droite TR, cette droite TR repreſentera la longitude vraye & geocentrique de l'Etoile, & l'angle STR ſa latitude vraye, qui ſoit ſuppoſée $= p$, & ainſi la Theorie fournira tant la poſition de cette droite TR, que l'angle $STR = p$; mais en prolongeant en arriere la direction $T\sigma$, qu'on ſuppoſe l'angle $RT\Theta = q$. Enſuite que l'Etoile même ſe meuve ſuivant la direction $S\sigma$ avec la vîteſſe $= u$; & qu'on prolonge σS juſqu'à ce qu'elle tombe ſur le plan de l'Ecliptique au point N, en joignant la droite RN, on aura par la Theorie l'angle TRN, qui ſoit $= r$, & l'angle SNR ſoit poſé $= s$, que la Theorie montrera pareillement. La droite ST etant exprimée par la lettre k, ſi l'on prend dans la droite SN la portion $S\Sigma = u$, le point Σ ſeroit le lieu apparent de l'Etoile, ſi la Terre etoit en repos; mais comme la Terre ſe meut, il faut mener *Fig.* VI.

ner du point Σ la parallele à la droite Ts, $\Sigma s = \alpha$, & l'on aura le lieu apparent de l'Etoile pour la Terre en mouvement. Si donc des points Σ & S on fait tomber ſur le plan de l'Ecliptique les perpendiculaires ΣP, sr, il y aura $sr = \Sigma P$, & pareillement $Pr = \Sigma s = \alpha$, d'où en menant Tr & Ts, la droite Tr donnera la longitude apparente de l'Etoile, & l'angle sTr la latitude apparente; en conſéquence dequoi ſuivant la figure il faudra ajouter à la longitude vraye de l'Etoile l'angle RTr, pour en déduire la longitude apparente Tr.

XXI. Or nous avons deja $S\Sigma = u$, & l'angle $SNR = s$, RP ſera $= u \cos s$, & $SR - \Sigma P = u \sin s$. Mais à cauſe de $ST = k$, & de l'angle $STR = p$, SR ſera $= k \sin p$ & $TR = k \cos p$, d'où réſulte $\Sigma P = k \sin p - u \sin s$. Tirons à préſent une paralléle à Ts, $\Sigma s = \alpha$, Pr ſera auſſi $= \alpha$ & $rs = P\Sigma = k \sin p - u \sin s$; & comme $PT\Theta$ eſt $= q$, $To r$ ſera auſſi $= q$, ſi nous ſuppoſons que les droites Tr & Pr ſe coupent *réciproquement* au point o. Si nous concevons donc que des points P & r on faſſe tomber ſur la droite TR les perpendiculaires Pp & rq & on aura, $Pp + rq = Pr \sin q$, & $pq = Pr \cos q$, où $Pp + rq = \alpha \sin q$ & $pq = \alpha \cos q$. Mais à cauſe de l'angle $PRT = r$ & $PR = u \cos s$ nous aurons $Pp = u \cos s \sin r$, & $Rp = u \cos s \cos r$, & par conſéquent $rq = \alpha \sin q - u \sin r \cos s$ & $Rq = \alpha \cos q + u \cos r \cos s$. C'eſt pourquoi puisque $TR = k \cos p$, on a $Tq = k \cos p - \alpha \cos q - u \cos r \cos s$: Mais la fraction $\frac{rq}{Tq}$ exprime la tangente de l'angle RTr, qui doit etre ajouté à la longitude vraye de l'Etoile, pour en déduire ſa longitude apparente. Par là donc on trouvera tang RTr =

$= \frac{\alpha \sin q - u \sin r \cos s}{k \cos p - \alpha \cos q - u \cos r \cos s}$. De plus on trouvera $Tr =$ $V(k^2 \cos p^2 - 2k\alpha \cos p \cos q - 2ku \cos p \cos r \cos s + u^2 + 2\alpha u \cos s \cos (q+r) + u u \cos s^2)$; d'où à cauſe de $rs = k \sin p - u \sin s$ réſultera la latitude apparente, ou l'angle STr. Car tang $sTr = \frac{k \sin p - u \sin s}{Tr}$. Mais ſi nous ſuppoſons la correction de la longitude, ou l'angle $RTr = \omega$, à cauſe de $\sin \omega = \frac{\alpha \sin q - u \sin r \cos s}{Tr}$, deviendra tang $sTr = \frac{(k \sin p - u \sin s) \sin \omega}{\alpha \sin q - u \sin r \cos s}$. Et l'angle ω etant trés petit, on peut en ſureté ſubſtituer à ſon ſinus ſa tangente trouvée auparavant; ce qui etant fait on aura tang $sTr = \frac{k \sin p - u \sin s}{k \cos p - \alpha \cos q - u \cos r \cos s}$. Soit $sTr = STR + \Phi$, de ſorte que φ ſoit $= sTr - STR$, & Φ ſera l'angle qu'il faut ajouter à la latitude vraye, pour en déduire ſa latitude apparente, & l'on trouvera tang $\Phi = \frac{\alpha \sin p \cos q - u \sin s \cos p + u \sin p \cos r \cos s}{k - \alpha \cos p \cos q - u \cos p \cos r \cos s - u \sin p \sin s}$; à la place de quoi on peut employer dans le calcul l'expreſſion ſuivante: tang $\varphi = \frac{\alpha}{k} \sin p \cos q - \frac{u}{k} \sin s \cos p + \frac{u}{k} \sin p \cos r \cos s$. De la même maniere l'angle ω qu'il faut ajouter à la longitude vraye pourra etre deſigné par cette expreſſion; tang $\omega = \frac{\alpha \sin q}{k \cos p} - \frac{u \sin r \cos s}{k \cos p}$, expreſſion qui n'aura point d'aberration ſenſible du

vrai, à moins que la latitude p ne fut trés prochaine de 90°; dans lequel cas il faut remarquer les mêmes choſes que nous avons enſeignées ci-deſſus au ſujet des Etoiles fixes qui ſont tout prés du Pole de l'Ecliptique.

XXII. Conſiderons préſentement une Planete ou une Comete dont l'orbite ſoit connuë, & puisqu'on peut aſſigner pour un tems quelconque le point du Ciel ou ces Aſtres devroient etre vûs, ſi la propagation ſucceſſive de la lumiere n'apportoit aucun dérangement, la Theorie fera connoitre par ce moyen le vrai lieu Geocentrique. On déduira auſſi delà, conformément aux régles que nous venons de fournir, le lieu apparent, & ainſi l'on connoîtra combien tant la longitude que la latitude apparente different de la véritable. Ces différences etant trés petites, il eſt manifeſte, que, bien que l'orbite de la Comete ou de la Planete ne ſoit connu que par approximation, & qu'ainſi l'on ne puiſſe pas déterminer exactement le lieu vrai par la Theorie, cependant la différence trouvée entre le lieu vrai & le lieu apparent, ſera aſſes prés la même que ſi l'orbite etoit connue de la maniere la plus exacte. Pourvû donc qu'on ait determiné à peu pres l'orbite de la Planete ou de la Comete, on pourra déduire du lieu apparent obſervé le lieu vrai, dans lequel l'Aſtre ſeroit viſible, ſi les rayons parvenoient à nous ſans aucun retardement, & l'on corrigera par ce moyen les Obſervations. Ainſi au cas que l'orbite de la Planete ou de la Comete ait été determinée avant la correction des lieux apparens, on pourra les déterminer de nouveau avec plus d'exactitude par les lieux vrais, ſi tant eſt qu'il naiſſe une différence ſenſible; & cela etant fait, les obſervations elles-mêmes pourront etre corrigées avec une entiere préciſion, ſi on le juge néceſſaire. Ainſi aprés avoir repeté quelques fois l'operation, en corrigeant

rigeant alternativement l'orbite par les Obſervations, & les Obſervations par l'orbite, il en réſultera à la fin une exactitude parfaite tant dans l'orbite que dans les Obſervations.

XXIII. Suppoſons donc que tant la Terre qu'une Planete ou Comete ſe meuve autour du Soleil immobile en C; & d'abord que l'on calcule pour un tems propoſé le lieu de la Terre T & ſa diſtance du Soleil CT. Soit la longitude heliocentrique du Perihélie P de l'orbite terreſtre $= f$, la diſtance moyenne de la Terre au Soleil $= c$, & la vîteſſe moyenne $= \alpha$, l'excentricité $= n$, & l'anomalie vraye calculée du Perihélie, ou l'angle PCT $= v$, la longitude de la Terre ſera $= f + u$. Alors la diſtance de la Terre au Soleil CT ſera $\frac{(1-nn)c}{1+n\cos v}$: Ou ſi l'on ſuppoſe le demi parametre de l'orbite de la Terre $= b$, & la diſtance CT $= q$, on aura $b = c\,(1-nn)$ & $y = \frac{b}{1+n\cos v}$. Par conſéquent ſi l'angle CT⊙ eſt ſuppoſé $= t$, on aura $\sin t = \frac{1+n\cos v}{\sqrt{(1+2n\cos v+nn)}}$, & $\cos t = \frac{n\sin v}{\sqrt{(1+2n\cos v+nn)}}$; d'où $\operatorname{tang} t = \frac{1+n\cos v}{n\sin v}$. De plus la vîteſſe de la terre ſuivant ſa direction Tt ſera $= \alpha\sqrt{\frac{1+2n\cos v+nn}{1-nn}} = \alpha\sqrt{\frac{2c-y}{y}}$. Ces choſes etant déterminées pour le lieu de la Terre, conſiderons l'orbite de la Planete ou de la Comete, dont l'interſection avec l'Ecliptique ſoit la droite C N Ω. Que l'on ſuppoſe donc la longitude heliocentrique du noeud aſcendant de l'orbite Ω $= H$, & l'inclinaiſon de

Fig. VII.

l'orbite à l'Ecliptique = G. Soit de plus A le perihélie de la Planete ou de la Comete, & l'anomalie vraye du noeud aſcendant priſe du Perihélie, ou l'angle $ACΩ = T$. Qu'alors on ſuppoſe la diſtance du Perihélie au Soleil $AC = A$, le demi-parametre = B, la diſtance moyenne au Soleil, ou le demi-axe transverſe de l'orbite = c, & l'excentricité $\frac{B-A}{A} = N$, & il ſera $A = C(1-N)$, $B = C(1-N^2)$ & la diſtance de l'aphelie au Soleil $= C(1+N)$. A l'egard du tems propoſé, où la Terre eſt trouvée en T, que la Planete ou la Comete ſoit en S, que ſon anomalie vraye ou l'angle ACS ſoit = V, & ſa diſtance au Soleil $CS = Y$, on aura $Y = \frac{C(1-N^2)}{1+N \text{ cof } V} = \frac{B}{1+N \text{ cof } V}$. Qu'on mene une tangente de l'orbite en S, qui ſe reüniſſe avec la ligne des noeuds au point N, & qu'on ſuppoſe l'angle $CSN = T$, & on aura $\text{tang } T = \frac{1+N \text{ cof } V}{N \text{ ſin } V}$, & la vîteſſe de la Planete ou de la Comete, qui a été auparavant ſuppoſée = u, ſera $= \frac{a\sqrt{c}(2C-Y)}{\sqrt{CY}}$, ou bien $u = \frac{a\sqrt{c}}{\sqrt{C}} \sqrt{\frac{1+2N \text{ cof } V + N^2}{1-NN}} = \frac{a\sqrt{c}}{\sqrt{B}} \sqrt{(1+2N \text{ cof } V + N^2)}$. Enſuite ſoit $ACN = J$, & l'angle NCS ſera $= V - J$; d'où s'enſuit qu'en menant de S ſur la ligne des noeuds CΩ la perpendiculaire SQ, il ſera $SQ = Y \text{ ſin } (V-J)$ & $CQ = Y \text{ cof } (V-J)$. Mais SR exprime le ſinus de l'inclinaiſon G, d'où SR ſera $= Y \text{ ſin } G \text{ ſin } (V-J)$, & le ſinus de la latitude heliocentrique $SCR = \text{ſin } G \text{ ſin } (V-J)$ & tang

& tang NCR = cof G tang (V—J). C'eſt pourquoi ſi l'angle NCR eſt réputé = R, de ſorte que tang R ſoit = cof G tang (V—J), l'angle H+R ſera la longitude heliocentrique de la Planete ou de la Comete: Enfin dans le triangle CSN ſont donnés les angles NCS = V—J, CSN = T, & le coté CS = Y; d'où réſulte $SN = \frac{Y \text{ ſin } (V-J)}{\text{ſin } (T+V-J)}$. Donc ſin SNR = ſin G. ſin (T+V—J) lequel angle SNR etant déja deſigné par la lettre *s*, nous aurons ſin *s* = ſin G ſin (T+V—J) = $\frac{\text{ſin G } (\text{cof } (V-J) + N \text{ cof J})}{\sqrt{(1+2N \text{ cof V}+N^2)}}$. Soit la latitude heliocentrique = P, en ſorte que ſin P = ſin G ſin (V—J) & nous aurons CR = Y cof P & $CN = \frac{Y \text{ ſin T}}{\text{ſin } (T+V-J)} = \frac{Y\ (1 + N \text{ cof V})}{\text{cof } (V-J) + N \text{ cof J}}$; d'où réſulte tang $CRN = \frac{C\,N \text{ ſin R}}{C\,R - C\,N \text{ cof R}} = \frac{\text{ſin R ſin T}}{\text{cof P ſin } (T+V-J) - \text{ſin T cof R}}$, ou bien tang CRN = $\frac{\text{tang R tang T}}{\frac{\text{cof P}}{\text{cof R}}\left(\text{tang T cof } (V-J) + \text{ſin } (V-J)\right) - \text{tang T.}}$

Mais par les valeurs ſuperieures de P & R on trouve $\frac{\text{cof P}}{\text{cof R}} = \frac{1 - \text{ſin G}^2 \text{ ſin } (V-J)^2}{\text{cof } (V-J)}$. Donc tang CRN = $\frac{\text{tang R tang T}}{\text{tang } (V-J)\ (1-\text{ſin G}^2 \text{ ſin } (V-J)^2) - \text{tang T ſin G}^2 \text{ ſin } (V-J)}$,

ou tang $CRN = \frac{\text{cof G tang T}}{1-\text{fin G}^2 \text{ fin } (V-J)^2 - \text{tang T fin G}^2 \text{ fin } (V-J) \text{ cof } (V-J)}$,

ou tang $CRN = \frac{\text{cof G } (1+N \text{ cof V})}{N \text{ fin J cof}(V-J) + N \text{ cof G}^2 \text{ cof J fin}(V-J) - \text{fin G}^2 \text{ fi}(V-J) \text{cof}(V-J)}$.

Qu'on ſuppoſe cet angle $CRN = Q$.

XXIV. La longitude & la latitude heliocentrique etant ainſi trouvées, ſavoir $H+R$ & P avec la diſtance $CS = Y$, déterminons le lieu Geocentrique. Puiſqu'il y a dans le triangle TCR, $CT = y$, $CR = Y \text{ cof P}$, & l'angle $TCR = f + v - H - R$, qui pour abreger ſoit ſuppoſé $= X$, on aura $\text{tang } CRT = \frac{y \text{ fin X}}{Y \text{ cof P} - y \text{ cof X}}$, & $\text{tang } CTR = \frac{Y \text{ cof P fin X}}{y - Y \text{ cof P cof X}}$. Qu'on ſuppoſe ces angles $CTR = \Theta$, & $CRT = \Pi$, les angles qui etoient dans les formules précedentes ſe détermineront préſentement ainſi $RT\Theta = q = \Theta - t$; $TRN = r = Q + \Pi$. & on aura $\text{Sin } \Theta : \text{fin } \Pi = Y \text{ cof P} : y$ & $TR = \frac{y \text{ fin X}}{\text{fin } \Pi}$; d'où $\text{tang } p = \frac{SR}{TR} = \frac{Y \text{ fin G fin } (V-J) \text{ fin } \Pi}{y \text{ fin X}}$, ou $\text{tang } p = \frac{\text{fin G fin } \Theta \text{ fin } (V-J)}{\text{cof P fin X}}$. Mais comme nous avons déja $\text{fin } s = \frac{\text{fin G } (\text{cof}(V-J) + N \text{ cof } \Gamma)}{\sqrt{(1+2N \text{ cof V} + NN)}}$ & $u = \frac{a\sqrt{c}}{\sqrt{B}} \sqrt{(1+2N \text{ cof V} + N^2)}$ & qu'au lieu de a on doit mettre $\frac{a\sqrt{c}}{\sqrt{b}} \sqrt{(1+2n \text{ cof } v + nn)}$,

les

les formules trouvées ci-deſſus pourront etre determinées ainſi

$$\text{tang } \omega = \frac{\alpha \sin q}{k \cos p} - \frac{u \sin r \cos s}{k \cos p}$$

$$\text{tang } \Phi = \frac{\alpha}{k} \sin p \cos q - \frac{u}{k} \sin s \cos p + \frac{u}{k} \sin p \cos r \cos s.$$

La premiere de ces formules doit etre ajoutée à la longitude vraye; & l'autre à la latitude vraye, pour en déduire le lieu apparent.

XXV. Tous ces angles ſe rencontrent dans le calcul Aſtronomique, par lequel on a coutume de ſupputer par la Theorie le lieu d'une Planete ou d'une Comete pour un tems donné, excepté les angles r, s, & la vîteſſe u. En effet etant donnés A la diſtance du Perihèlie au Soleil, B le demi parametre, H la longitude heliocentrique du noeud Ω, J l'anomalie vraye du noeud aſcendant calculée du Perihélie, G l'inclinaiſon de l'orbite à l'Ecliptique, & N l'excentricité de l'orbite $= \frac{B-A}{A}$, on trouve pour un tems donné l'anomalie vraye V, & de là l'argument de la latitude V—J, qui pour abreger ſoit ſuppoſé $=$ L. De plus la longitude heliocentrique H + R & la latitude heliocentrique $=$ P avec la diſtance de la Planete ou de la Comete au Soleil Y, & ſa diſtance raccourcie $=$ Y cos P $=$ CR. Enſuite du triangle TCR, dans lequel eſt donné l'angle d'echange TCR $=$ X, on trouvera les angles CTR $=\Theta$ & CRT $=\Pi$, & par la Theorie de la Terre on a l'angle t, puisque $\text{tang } t = \frac{1 + n \cos v}{n \sin v}$, qu'on peut réputer droit ſans erreur. Alors q ſera $= \Theta - t$, & la latitude geocentrique eſt $= p$. Pour ce qui regarde la maniere de trouver les autres angles reſtans, qu'on cherche l'angle

l'angle T, en ſorte que tang $T = \frac{1 + N \cos V}{N \sin V}$, lequel etant trouvé on aura $u = \frac{a\sqrt{c}}{\sqrt{B}} \cdot \frac{N \sin V}{\cos T}$, & $\sin s = \sin G \sin (L+T)$. Deplus $\cot Q = \frac{\cos P \sin (L+T)}{\sin R \sin T} - \cot R$ & $\tang R = \cos G \tang L$. Enfin on aura $r = Q + \Pi$, leſquels etant trouvés il faudra ajouter à la longitude vraye l'angle ω, en ſorte que $\tang \omega = \frac{a \sin q}{k \cos p} - \frac{u \sin r \cos s}{k \cos p}$; mais on doit ajouter à la latitude vraye l'angle φ, en ſorte que $\tang \varphi = \frac{a \sin p \cos q}{k} - \frac{u \sin s \cos p}{k} + \frac{u \sin p \cos r \cos s}{k}$, & par là on aura le lieu apparent. Réciproquement donc, ſi de la longitude obſervée on ſouſtrait l'angle ω, & de la latitude l'angle φ, on aura la longitude & la latitude vraye de l'Etoile, quoique ſa Theorie ne ſoit pas fort exactement connüe. Mais ſi la Theorie etoit entïerement inconnüe, alors on aura par l'obſervation l'angle $CTR = \Theta$ qui eſt produit lorsqu'on ſouſtrait la longitude du Soleil de la longitude de l'Etoile, d'où réſulte $q = \Theta - s$. Enſuite la latitude obſervée fournit l'angle p, & comme ces angles p & q différent peu des vrais, ils peuvent etre employés dans ce calcul à leur place; & l'on dégagera par là dans l'une & l'autre formule les premiers termes $\frac{a \sin q}{k \cos p}$ & $\frac{a \sin p \cos q}{k}$, qui tirent leur origine du mouvement de la Terre. Les autres termes de ces expreſſions dépendent de l'orbite de la Planete ou de la Comete, de laquelle on doit déduire les valeurs des Lettres r, s & u; & pour celles qui reſtent p & q, on peut retenir les valeurs qui ont été recueillies des Obſervations.

XXVI. Si nous voulons ſuivre cette voye pour corriger les obſervations des Planetes, la petiteſſe de leurs inclinaiſons & de leurs excentricités eſt telle qu'on peut la négliger ici ſans aucune erreur ſenſible. Les latitudes etant trés petites n'auront beſoin d'aucune correction; & il ne faudra chercher que celle de la longitude ſeule. Soit donc la diſtance moyenne de la Terre au Soleil $= c$, la diſtance moyenne de la Planete au Soleil $=$ C, CT ſera $= c$ & CR $=$ C. Une Obſervation quelconque etant faite, qu'on ſouſtraiſe le lieu du Soleil du lieu de la Planete, & qu'on ſuppoſe l'angle reſtant $CTR = \theta$, on aura à cauſe de l'excentricité negligée $q = \theta - 90$, & ſin $q = -\cos\theta$ & $\cos q = \sin\theta$. Enſuite u ſera $= \frac{\alpha V c}{V C}$: & en poſant l'angle CRT $= \Pi$, on aura $\sin\Pi = \frac{c \sin\theta}{C}$ & CRN $= Q = 90°$, d'où réſulte $r = \Pi + 90$ & ſin $r = \cos\Pi$, & $s = o$: Par conſéquent tang $\omega = \frac{-\alpha \cos\Theta}{k \cos p} - \frac{u \cos\Pi}{k \cos p}$. Il faut donc ſouſtraire de la longitude vraye l'angle $= \frac{\alpha}{k \cos p}\left(\cos\Theta + \frac{V c}{V C}\cos\Pi\right)$ pour trouver la longitude apparente. Reciproquement à la longitude obſervée doit etre ajouté l'angle $\frac{\alpha}{k \cos p}\left(\cos\Theta + \frac{V c}{V C}\cos\Pi\right)$ pour trouver la longitude vraye; qui ſervira de correction pour les lieux obſervés des Planetes. Je n'ai pas negligé entierement la latitude dans ce calcul, parce qu'elle influë ſur la correction de la longitude, quoiqu'au fonds la correction de la latitude devienne ſi petite, qu'elle

ne merite preſque aucune attention dans la pratique. Au reſte en corrigeant de cette maniere les Obſervations des Planetes, il faut ſe ſouvenir que les lieux obſervés du Soleil doivent toujours etre augmentés de 20″ pour déterminer ſes lieux vrais. Il s'enſuivra de là que ſi une Planete ſuperieure paroit en conjonction avec le Soleil, à cauſe de $\Theta = o$ & $\Pi = o$, on doit ajouter à la longitude obſervée l'angle $\frac{\alpha}{k \cos p}\left(1 + \frac{V c}{V C}\right)$; mais ſi la Planete ſuperieure eſt en oppoſition avec le Soleil, à cauſe de $\Theta = 180$ & $\Pi = o$, il faut ſouſtraire de ſa longitude obſervée l'angle $\frac{\alpha}{k \cos p}\left(1 - \frac{V c}{V C}\right)$. A l'egard d'une Planete inferieure, dans ſa conjonction ſuperieure avec le Soleil, la longitude obſervée doit etre augmentée de l'angle $\frac{\alpha}{k \cos p}\left(1 + \frac{V c}{V C}\right)$, mais dans ſa conjonction inferieure, la longitude obſervée doit etre diminuée de $\frac{\alpha}{k \cos p}\left(\frac{V c}{V C} - 1\right)$.

XXVII. POUR TRANSPORTER cette correction aux Cometes, comme leur mouvement eſt preſque parabolique, N ſera $= 1$. Soit donc B le demi parametre de la Comete, la longitude heliocentrique du noeud $\Omega = H$, ſon anomalie vraye $= J$, & l'inclinaiſon de l'orbite $= G$, laquelle inclinaiſon, ſi la Comete eſt rétrograde, doit etre priſe plus grande d'un angle droit. Si l'on a donc trouvé pour un tems donné l'anomalie vraye de la Comete, $= V$, Y ſera $= \frac{B}{2 \cos \frac{1}{2} V^2}$ & tang $T = \frac{1 + \cos V}{\sin V}$ $= V \frac{1 + \cos V}{1 - \cos V} = \cot \frac{1}{2} V$. Donc $T = 90° - \frac{1}{2} V$. Mais alors

alors la vîteſſe u ſera $= \frac{2a\sqrt{c}}{\sqrt{B}}\sqrt{\frac{1+\text{cof V}}{2}} = \frac{2a\sqrt{c}}{\sqrt{B}}\text{cof}\frac{1}{2}\text{V}$.

Outre cela en ſuppoſant l'argument de la latitude $\text{V} - \text{T} = \text{L}$, on aura $\text{ſin } s = \text{ſin G ſin } (\text{L} + 90 - \frac{1}{2}\text{V}) = \text{ſin G cof } (\text{L} - \frac{1}{2}\text{V}) = \text{ſin G cof } (\frac{1}{2}\text{V} - \text{T})$. De plus en prenant $\text{tang R} = \text{cof G tang L}$, & $\text{ſin Q} = \text{ſin G ſi L}$, pour avoir la longitude heliocentrique $\text{H} + \text{R}$, & la latitude heliocentrique $= \text{P}$, on aura $\text{cot Q} = \frac{\text{cof P cof } (\frac{1}{2}\text{V} - \text{J})}{\text{ſin R cof}\frac{1}{2}\text{V}} - \text{cot R}$, ou auſſi $\text{tang Q} = \frac{\text{cof G cof}\frac{1}{2}\text{V}}{\text{ſin}\frac{1}{2}\text{V} - \text{ſin G}^2\text{ ſi L cof}\frac{1}{2}(\text{V} - \text{T})}$. En poſant encore $\text{X} = f + v - \text{H} - \text{R}$ il ſera $\text{tang } \Theta = \frac{\text{Y cof P ſin X}}{y - \text{Y cof P cof X}}$, & $\text{tang } \Pi = \frac{y\text{ ſin X}}{\text{Y cof P} - y\text{ cof X}}$, & $\text{tang } p = \frac{\text{ſin G ſin } \Theta \text{ ſin L}}{\text{cof P ſin X}}$.

Ces choſes etant trouvées, q ſera $= \Theta - s$, & $r = \text{Q} + \Pi$, par où tant la longitude que la latitude vraye pourront etre réduites à l'apparente.

XXVIII. Pour mettre dans un plus grand jour l'uſage de ces formules, j'ajouterai un exemple pris de la Comete obſervée au commencement de cette année, & je conſidererai ſon lieu pour l'année 1744 Fevrier $25^{i}, 5^{h}\,36'$, tems moyen de Paris; auquel tems ſa longitude fut trouvée $11^{s}.9^{\circ}.52'.46''$ & ſa latitude $14^{\circ}, 39'.7''$ $= p$. Je vais rechercher combien ce lieu obſervé differoit du lieu vrai. Dans ce tems là la longitude de la terre etoit $= 5^{s}, 6^{\circ}, 31'$,

$31'$, $37''$, & $l y = 4,996003$. Comme donc au même tems le perihélie etoit $f = 3^s, 8^\circ, 28', 45''$, l'anomalie moyenne de la Terre etoit $v = 58^\circ, 2', 52''$ & $f + v = 5^s, 6^\circ, 31', 37''$. De plus $n = 0,01692$, & $\iota = 89^\circ, 11'$, & la vîteſſe de la terre $= \alpha \sqrt{\frac{2c - y}{y}} = 1,00921\ \alpha$, lequel nombre doit etre employé au lieu de α dans les formules précedentes, mais comme il n'en différe presque point, on peut auſſi ſe paſſer de ce changement. Enſuite l'anomalie vraye de la Comete fut dans ce tems là $V = -56^\circ, 44', 49''$, car la Comete etoit avant le Perihélie. De là réſulte $l Y = 4,457949$, & $T = 3^s, 28^\circ, 22', 25''$, & $l \frac{''}{\alpha} = 0,421551$. Outre cela l'anomalie vraye du noeud aſcendant eſt $J = 6^s, 28^\circ, 34', 8''$. Donc $L = 3^s, 4^\circ, 41', 3''$; $\frac{1}{2} V - J = 4^s, 3^\circ, 3', 28''$ & $s = -23^\circ, 35'$, & $R = +3^s, 6^\circ, 53'$, & $P = 46^\circ, 58'$. Mais à cauſe de $H = 1^s, 15^\circ, 46'$, $H + R$ ſera $= 4, 22, 39$ & $X = 15^\circ, 52'$, & $Q = 61^\circ, 20'$. Enfin $l Y$ cof $P = 4,292003 = l CR$, & par conſéquent $\Theta = 3^\circ, 21'$ & $\Pi = 162^\circ, 47'$, d'où réſulte $q = -85^\circ, 50'$, & $r = 224^\circ, 7'$, & par l'obſervation p eſt $= 14^\circ, 39'$. Tout cela donne $\omega = 14''$, & par cette raiſon on doit ſouſtraire de la longitude apparente $14''$, pour en déduire la longitude vraye geocentrique $11^s, 9^\circ, 52', 32''$. A l'egard de la latitude on trouve la cor-

correction $\varphi = 12''$, & comme on doit l'ajouter à la latitude vraye, il faudra la ſouſtraire de la latitude apparente $14^{\circ}, 39', 7''$, d'où réſultera la latitude geocentrique vraye $= 14^{\circ}, 38', 55''$. En corrigeant donc de cette maniere trois obſervations ſur une Comete propres à déterminer ſon orbite, & en ajoutant $20''$ aux longitudes du Soleil qui y répondent, on parviendra à déterminer beaucoup plus exactement ſon orbite, pourvû que les obſervations ſoient faites avec tant de ſoin, que les erreurs qui peuvent s'y gliſſer ſoient beaucoup moindres que ces corrections; car ſi ces obſervations etoient ſujettes à de plus grandes erreurs, une ſemblable correction ſeroit ſuperflue, & le grand travail qu'elle demande ſeroit une peine perdüe.

Tab. III.

Fig. 1.

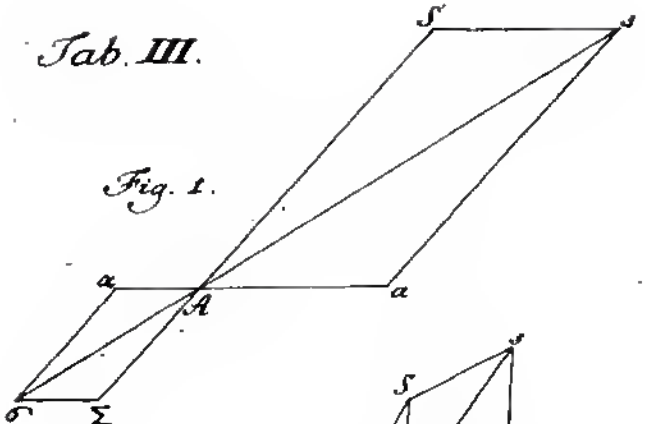


Fig. 2.

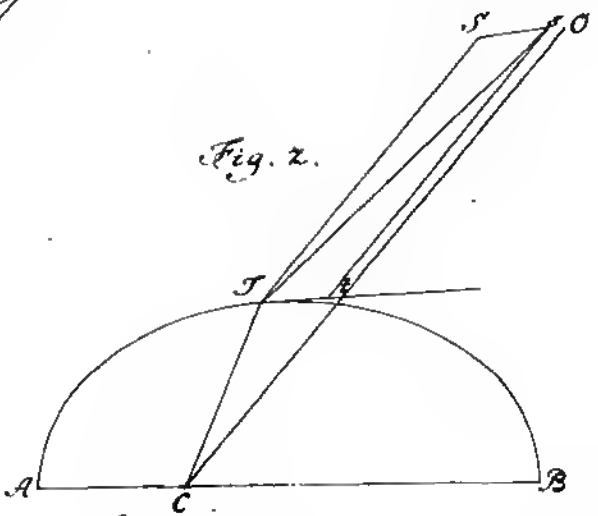


Fig. 3.

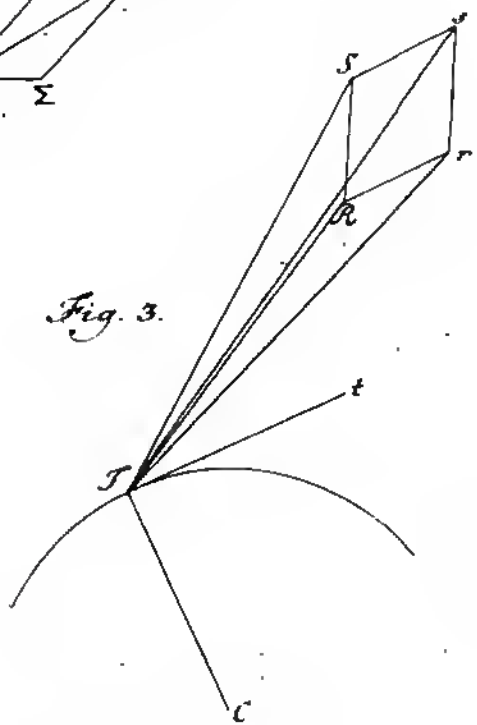
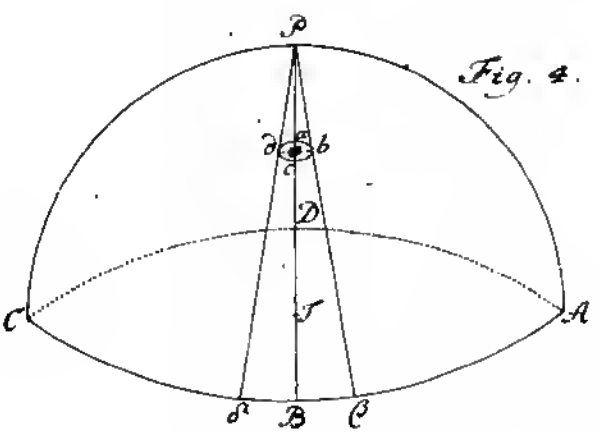


Fig. 4.



Tab. IV.

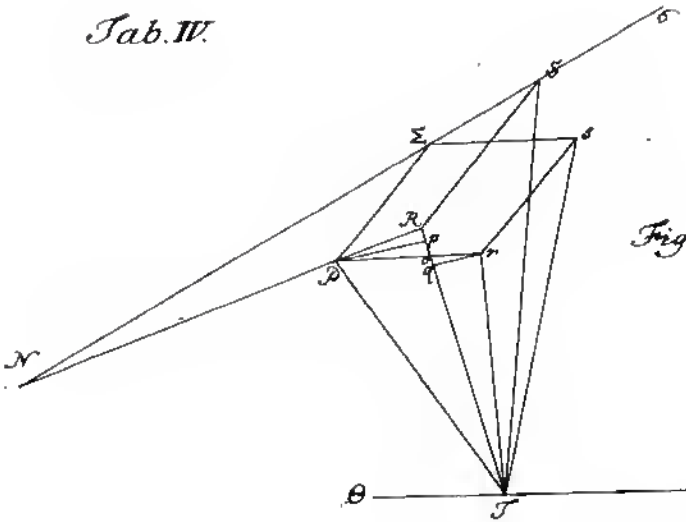


Fig 6

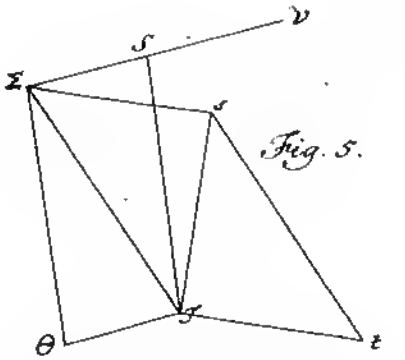


Fig. 5.

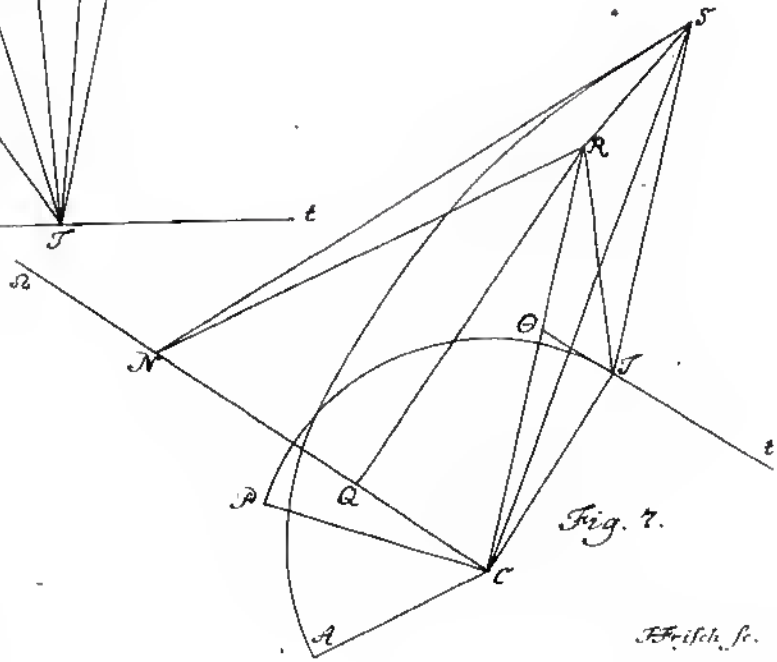


Fig. 7.

Mem. de l'Acad. Tome 2e

F. Frisch. fc.